

ВОЗМОЖЕН ЛИ ЕДИНЫЙ ПОДХОД К ПОДПОРОГОВЫМ И КУМУЛЯТИВНЫМ ПРОЦЕССАМ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ?

А.А.Балдин*

Предлагается единый подход к описанию подпороговых, кумулятивных и дважды кумулятивных процессов на основе гипотезы об автомодельности релятивистских ядерных столкновений. Расчеты, проведенные в рамках предложенной модели, сравниваются с разнообразными экспериментальными данными.

Работа выполнена в Институте ядерных исследований РАН, Москва.

**Is the Universal Approach
to the Subthreshold and Cumulative Processes
in Relativistic Nuclear Collisions Possible?**

A.A.Baldin

The universal approach to the description of subthreshold, cumulative and twice-cumulative processes based on the self-similarity hypothesis is presented and applied to the various reactions. Large experimental material including nucleus-nucleus and proton-nucleus interactions is analyzed.

The investigation has been performed at the Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, Moscow

В настоящее время быстро увеличивается объем экспериментальных данных в области релятивистских ядерных столкновений. Расширяется диапазон энергий и масс ускоряемых ядер. Планируется ускорение таких тяжелых ядер, как свинец и др., вплоть до энергий порядка ТэВ на нуклон, поэтому весьма актуален вопрос о том, чего можно ожидать нового и что можно предсказать исходя из существующих представлений и накопленного экспериментального материала.

Уже в первых работах по релятивистской ядерной физике [1] подчеркивалась важность изучения масштабной инвариантности (автомодельности) ядерных столкновений, которая интерпретировалась как свойство локальности адронных взаимодействий, позволяющее

*Институт ядерных исследований Российской академии наук, Москва

разрабатывать универсальные подходы к описанию разнообразных реакций.

Целью настоящей статьи является развитие идей, изложенных в работах [1,2,3] на основе последовательного применения методов теории подобия к подпороговым, кумулятивным и дважды кумулятивным явлениям.

Основные принципы построения автомодельного решения

Определяем релятивистски-инвариантные безразмерные параметры задачи. Поскольку речь пойдет об описании ядро-ядерных столкновений, то естественно выбрать в качестве возможных параметров атомные номера сталкивающихся ядер. Можно взять массы сталкивающихся частиц, но тогда это будут размерные величины. Образовав массы путем деления на массу нуклона или атомную единицу, мы получим величины, близкие к A .

В основном, экспериментально измеряются импульсные и угловые распределения частиц с их идентификацией по массам. Из импульсов, масс и углов можно построить множество различных переменных, однако если потребовать безразмерности и релятивистской инвариантности, то в основе оставшихся параметров, или их комбинаций, будут лоренц-факторы относительного движения частиц:

$$\gamma_{ij} = \frac{P_i P_j}{M_i M_j},$$

где $P_i P_j$ — 4-импульсы частиц, а $M_i M_j$ — их массы. По идее Ставинского [2] хорошим параметром является минимальная энергия сталкивающихся конституентов, необходимая для рождения инклюзивной частицы:

$$S_{\min} = (X_1 P_1 + X_2 P_2)^2. \quad (1)$$

Связь между переменными X_1 и X_2 находим из законов сохранения с учетом гипотезы минимальной массы. Законы сохранения энергии-импульса для двух сталкивающихся нуклонов с долями импульса X_1 и X_2 запишем в следующем виде:

$$(X_1 P_1 + X_2 P_2 - P_3)^2 = (P'_1 + P'_2 + P_4 + P_5 + \dots)^2. \quad (2)$$

Правая часть уравнения распадается на две суммы:

$$\sum M_i^2 + 2 \sum (E_i E_j - |\vec{P}_i| |\vec{P}_j| \cos \alpha).$$

Из эксперимента известно [4], что при множественном рождении частиц распределения по относительным 4-скоростям рожденных частиц (или по параметру $B_{ik} = 2(y_{ik} - 1)$) монотонно, быстро и единобразно спадают. Тогда предположение, что все комбинации $P_i P_j$ для всех частиц, кроме экспериментально измеряемых, пренебрежимо малы, будем считать обоснованным. Согласно (2) связь между X_1 и X_2 удобно записать в виде

$$X_2(X_1) = \frac{X_1 \left(\frac{M_3}{M_0} \gamma_{13} + \frac{M_4}{M_0} \right) + \frac{M_4^2 - M_3^2}{2M_0^2}}{X_1(\gamma_{12} - 1) - \left(\frac{M_3}{M_0} \gamma_{23} + \frac{M_4}{M_0} \right)}. \quad (3)$$

Масса M_4 обеспечивает соблюдение закона сохранения квантовых чисел, а также дает возможность учесть вклад в вычисляемое сечение дополнительных каналов с рождением каких-либо частиц или состояний. Переменные X_1 и X_2 изменяются в интервалах $[0, A_1]$ и $[0, A_2]$ соответственно.

Поскольку величина S_{\min} , вычисляемая как минимум функции (1) при условии (3), имеет размерность, то логично ее образмерить, поделив на две массы нуклона:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + 2X_1 X_2 \gamma_{12}} \quad (4)$$

Таким образом, у нас есть набор релятивистски-инвариантных и образмерных кандидатов на параметры подобия: $A_1, A_2, X_1, X_2, \Pi, \gamma_{ij}$. Потребуем, чтобы искомое решение было симметрично относительно A_1 и A_2 , и будем его искать в виде

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3P} = C_1 A_1^{\alpha_1(X_1)} A_2^{\alpha_2(X_2)} f(\Pi). \quad (5)$$

C_1 — константа, дающая размерность дифференциального инвариантного сечения: α_1, α_2 и f — функции, определяемые из эксперимента.

Тот факт, что решение ищется без полной факторизации по параметрам, т.е. остается зависимость от X , есть следствие законов сохранения, записанных в виде формулы (3). Кроме того, в отличие от евклидова пространства, пространство Лобачевского, в котором мы работаем, обладает рядом особенностей. Например, при стремлении

γ_{12} к бесконечности отношение γ_{13}/γ_{12} стремится не к единице, как это было бы в евклидовом пространстве, а к переменной светового фронта $(E_3 - |\vec{P}_3| \cos \alpha)/M_3$. Поэтому при сколь угодно больших энергиях столкновения зависимость от угла вылета измеряемой частицы остается.

Таким образом, предполагается обнаружить подобие (или автомодельность) по параметру Π в духе автомодельности второго рода [5] из-за зависимости от A_1 и A_2 .

Применение модели к экспериментальным данным

Сначала изучим зависимость от параметра Π . На рис.1 показана зависимость инвариантных дифференциальных сечений, деленных на

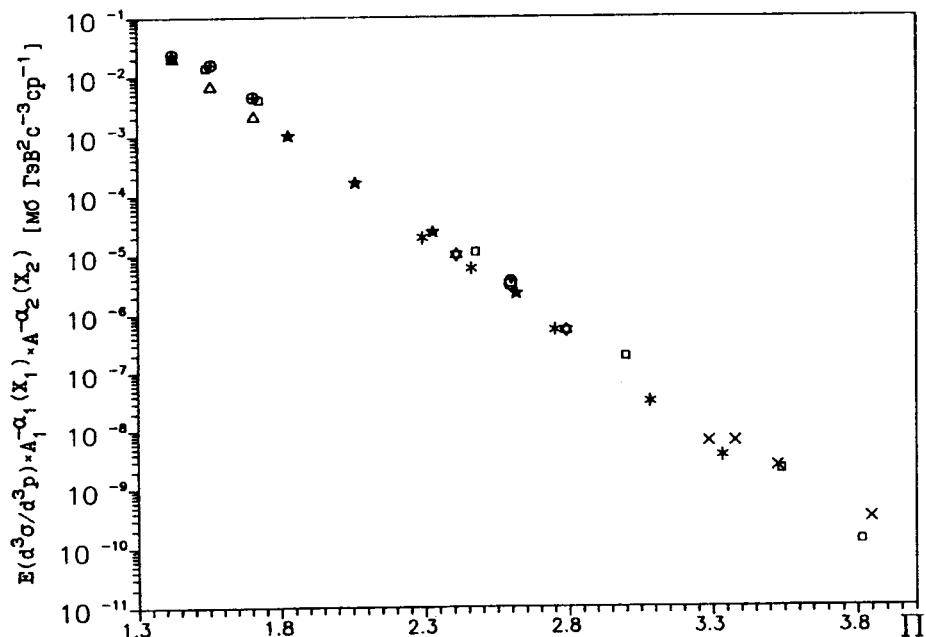


Рис.1. Зависимость инвариантных дифференциальных сечений, деленных на $A_1^{\alpha_1(X_1)} A_2^{\alpha_2(X_2)}$, где $\alpha_1(X_1) = 2/3 + X_1/3$ и $\alpha_2(X_2) = 2/3 + X_2/3$, от параметра Π для следующих реакций: * $\text{Si} + \text{Si} \rightarrow K^-$ 2,0 ГэВ/нуклон, 0° [9]; $\times \text{Si} + \text{Si} \rightarrow \bar{p}$ 2,0 ГэВ/нуклон, 0° [9]; $\diamond \text{Si} + \text{Si} \rightarrow K^-$ 1,4 ГэВ/нуклон, 0° [8]; $\circ \text{C} + \text{C} \rightarrow \bar{p}$ 3,65 ГэВ/нуклон, 24° [11]; $\square d + \text{C} \rightarrow \bar{p}$ 3,65 ГэВ/нуклон, 24° [11]; $\oplus \text{C} + \text{C} \rightarrow K^-$ 2,5—3,65 ГэВ/нуклон, 24° [12]; $\Delta d + \text{C} \rightarrow K^-$ 2,5—3,65 ГэВ/нуклон, 24° [12]; $*$ $p + \text{C} \rightarrow K^-$ 9,2 ГэВ/нуклон, 119° [6]; $\square p + \text{C} \rightarrow \pi^-$ 9,2 ГэВ/нуклон, 119° [7]

$A^{\alpha_1}(X_1) A^{\alpha_2}(X_2)$, где $\alpha_1(X_1) = 2/3 + X_1/3$ и $\alpha_2(X_2) = 2/3 + X_2/3$ в зависимости от параметра П.

Следуя обозначениям [5], зависимость (5) можно представить в безразмерном виде: $\Pi^* = f(\Pi)$, т.е. зависимость от трех переменных сводится к зависимости от одной.

Из рассматриваемого множества данных, используя для функции простейшую экспоненциальную зависимость от П, получаем явный вид формулы (5):

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3P} = C_1 A_1^{2/3+X_1/3} A_2^{2/3+X_2/3} \exp(-\Pi/C_2), \quad (6)$$

где $C_1 = 2200$ [мбарн. ГэВ² С⁻³ ср⁻¹], $C_2 = 0,127$.

Таблица

Реакция	Екин. ГэВ/н	Лаб. имп. ГэВ/с	Лаб. угол вылет	$\sigma_{\text{ЭКС}} = \frac{E}{p^2} \frac{d^2\sigma}{dp \times d\Omega}$ мб/ср ГэВ ² /с ³	$\sigma_{\text{рас}} = \frac{E}{p^2} \frac{d^2\sigma}{dp \times d\Omega}$ мб/ср ГэВ ² /с ³	Ссылка
d+C → p̄	3.65	0.8	24°	$(1.5 \pm 0.6) \times 10^{-4}$	9.3×10^{-5}	11
C+C → p̄	3.65	0.8	24°	$(1.2 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	7.4×10^{-4}	11
C+Cu → p̄	3.65	0.8	24°	$(6.2 \pm 2.0) \times 10^{-3}$	6.05×10^{-3}	11
S1+S1 → p̄	2.0	1.0	0°	$(8.71 \pm 2.9) \times 10^{-5}$	1.98×10^{-4}	9
S1+S1 → p̄	2.0	1.5	0°	$(1.03 \pm 0.25) \times 10^{-4}$	1.2×10^{-4}	9
S1+S1 → p̄	2.0	1.9	0°	$(4.9 \pm 1.0) \times 10^{-5}$	5.07×10^{-5}	9
S1+S1 → p̄	1.65	1.5	0°	$(1.41 \pm 0.38) \times 10^{-5}$	9.1×10^{-6}	9
<hr/>						
d+C → K ⁻	2.5	0.8	24°	$(4.1 \pm 2.0) \times 10^{-2}$	5.7×10^{-2}	12
C+C → K ⁻	2.5	0.8	24°	$(4.6 \pm 1.0) \times 10^{-1}$	4.4×10^{-1}	12
S1+S1 → K ⁻	1.0	1.0	0°	$(1.2 \pm 1.5) \times 10^{-3}$	1.1×10^{-3}	8
S1+S1 → K ⁻	1.26	1.0	0°	$(8.0 \pm 5.0) \times 10^{-3}$	2.26×10^{-2}	8
S1+S1 → K ⁻	1.4	1.0	0°	$(5.0 \pm 1.5) \times 10^{-2}$	7.0×10^{-2}	8
S1+S1 → K ⁻	1.4	1.5	0°	$(5.0 \pm 1.5) \times 10^{-3}$	7.56×10^{-3}	8
S1+S1 → K ⁻	2.0	2.37	0°	$(1.5 \pm 1.0) \times 10^{-2}$	1.66×10^{-2}	9
S1+S1 → K ⁻	2.0	1.5	0°	$(2.5 \pm 0.5) \times 10^{-1}$	3.46×10^{-1}	9
S1+S1 → K ⁻	2.0	1.0	0°	$(1.5 \pm 0.5) \times 10^{-3}$	1.45×10^0	9

Рассматриваемые процессы, как правило, имеют малое сечение, и экспериментальное измерение выходов частиц обычно нормируется на показания мониторных счетчиков, следящих за интенсивностью первичного пучка. Это обстоятельство приводит к возможной систематической ошибке абсолютных сечений на уровне 15—20%, судя по литературным данным. (На установке «Каспий» мы оцениваем эту ошибку в пределах 15—30% в зависимости от типа измеряемых реакций). Помня об этом, тем не менее будем использовать постоянные константы C_1 и C_2 без каких-либо дополнительных подгонок.

Следует отметить, что точность определения C_2 — менее 1,5%.

В таблице сравниваются экспериментальные данные, которые можно назвать дважды кумулятивными с расчетом по формуле (6).

Рисунок 2 поясняет этот термин. Здесь представлена зависимость переменной X_2 от X_1 . Для приведенных на рис.2 кинематических

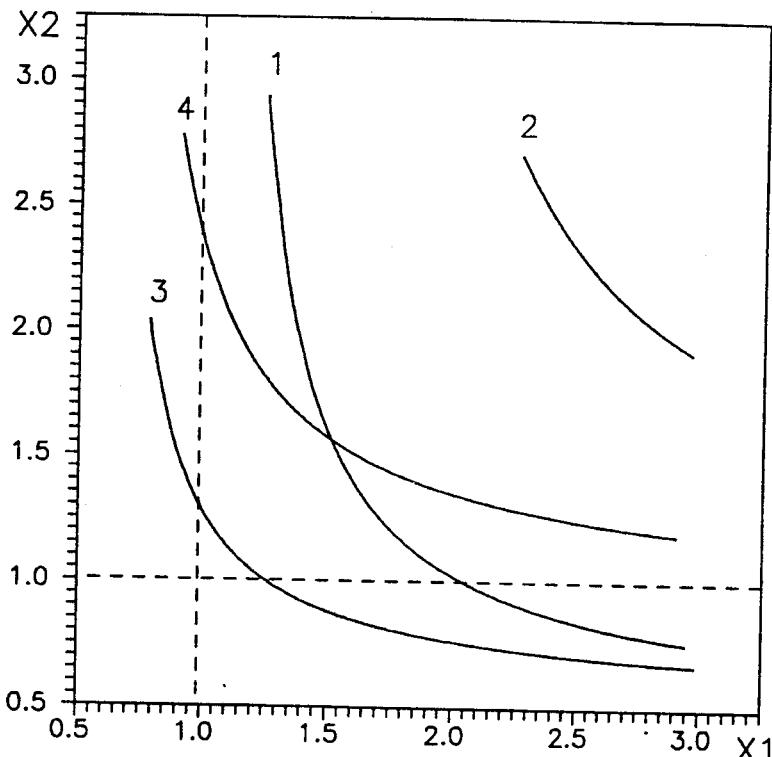


Рис.2. Зависимость X_2 от X_1 для реакций: кривые 1 и 2 для 1,5 ГэВ/с, K^- и \bar{p} под 0° при энергии налетающих ядер 2 ГэВ/нуклон; кривые 3 и 4 для 0,8 ГэВ/с, K^- и \bar{p} под 24° при энергии налетающих ядер 2,5 и 3,65 ГэВ/нуклон соответственно

ситуаций основной вклад в рассчитываемое сечение реализуется, когда как X_1 , так и X_2 больше единицы.

Можно вычислить зависимости инвариантных сечений от обычно измеряемых параметров. На рис.3 сравнивается расчет по формуле (6) с экспериментальными данными по рождению дважды кумулятивных антiproтонов.

Для проведения более точного расчета сечений естественным продолжением данного подхода является интегрирование формулы (6) (при фиксированных γ_{ij}) по переменной X_1 или X_2 , которые остаются связанными между собой соотношением (3). При этом уже не нужно искать минимума параметра Π , поскольку принимаются в расчет все возможные комбинации X_1 и X_2 .

Это особенно важно при рассмотрении реакций с легкими ядрами, а также для протон-ядерных реакций, поскольку необходимо ввести

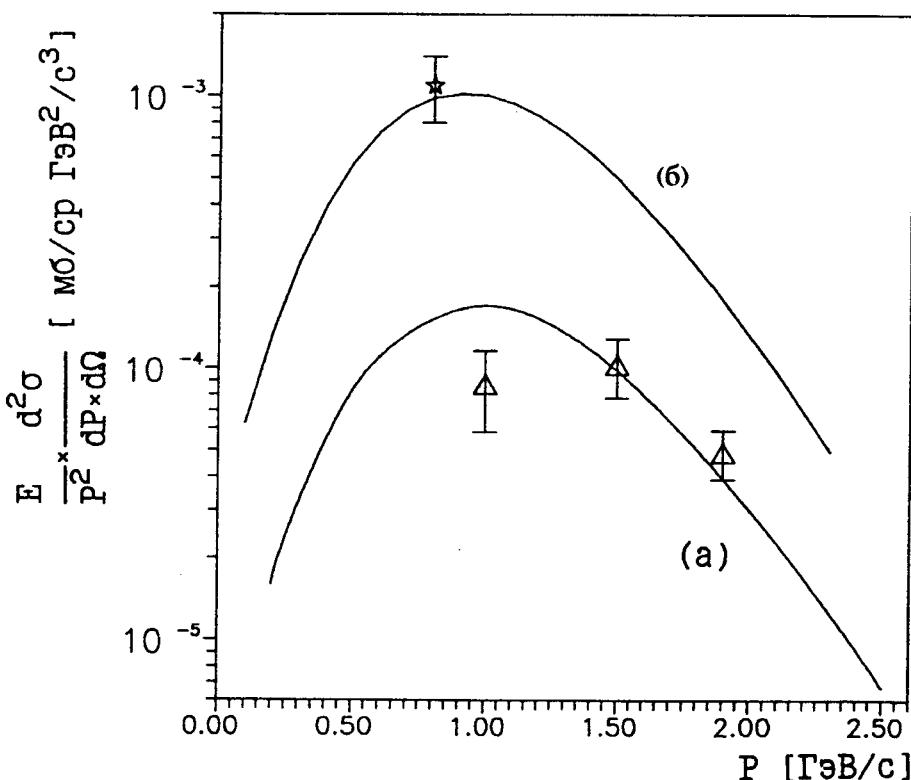


Рис.3. Зависимость сечений рождения от их импульса в лабораторной системе для реакций: (a) Si + Si 2 ГэВ/нуклон лаб.угол 0° [9], (b) C + C 3,65 ГэВ/нуклон лаб.угол 24° [11], кривые — расчет по формуле (6)

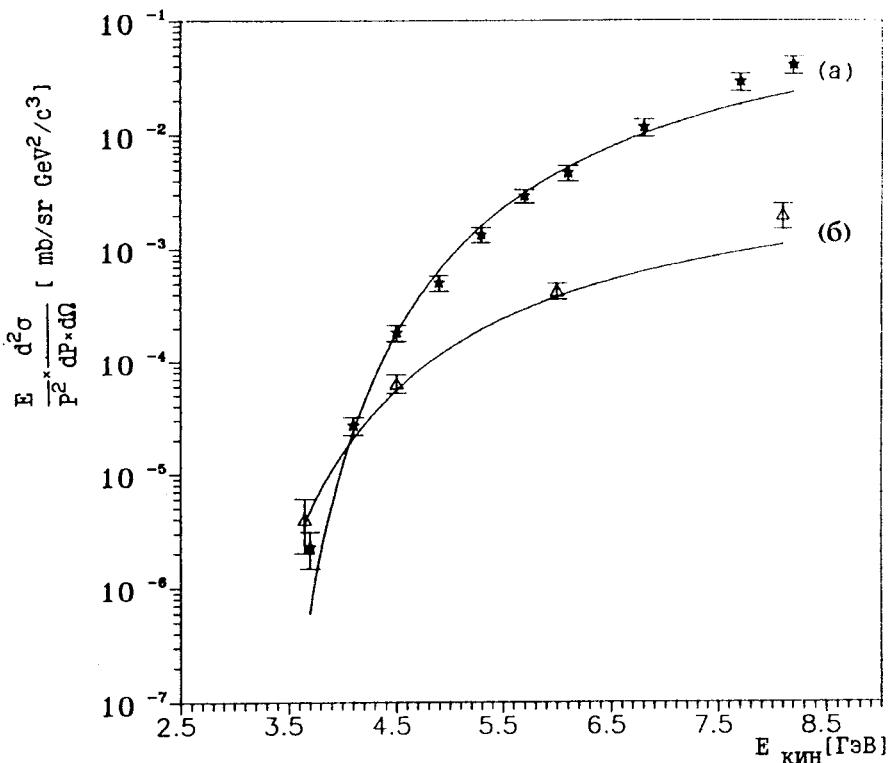


Рис.4. Зависимость сечений рождения антiproтонов в протон-ядерных столкновениях от кинетической энергии налетающих протонов и расчет с интегрированием формулы (6) для реакций: (а) $P + Cu \rightarrow \bar{p}$ (1,75 ГэВ/с) лаб.угол $10,8^\circ$ [10], (б) $P + C \rightarrow \bar{p}$ (1,75 ГэВ/с), лаб.угол 24° [11]

естественные ограничения на область изменения X_1 и X_2 . Так, для реакций $P + A \rightarrow X_1$ не может быть больше единицы.

Зависимости сечений рождения антiproтонов в протон-ядерных столкновениях от кинетической энергии налетающих протонов и расчет с интегрированием формулы (6) приведены на рис.4.

Рассмотрим еще одну особенность данного подхода. Существуют процессы, для которых учет других каналов реакции, кроме основного, не является пренебрежимо малым по сравнению с доминирующим.

Например, рассмотрим рождение K^+ -мезонов. Основным процессом рождения K^+ обычно считается одновременное образование Λ_0 , для сохранения странности (т.е. в формуле (3) $M_4 = M_{\Lambda^0} - M_N = 0,176$ ГэВ). Если вычислить сечение рождения с

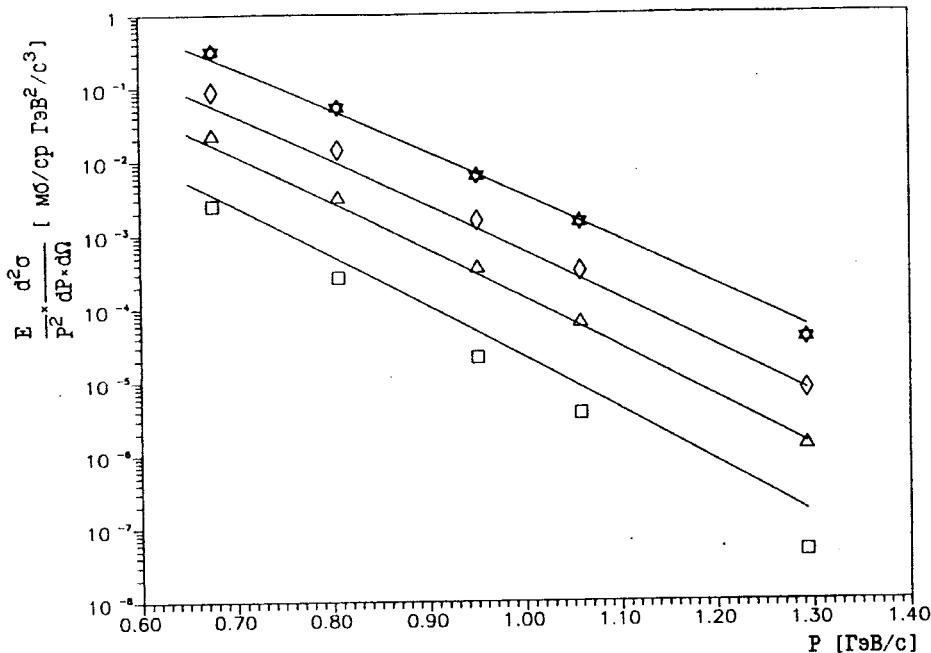


Рис.5. Зависимости сечений рождения кумулятивных K^+ -мезонов от их лаб.импульса, под углом 119° при энергии налетающих протонов 9,2 ГэВ [6] и расчет по формуле (6) для процессов: \blacksquare $P + \text{Ta}$, \diamond $P + \text{Cu}$, Δ $P + \text{Al}$, \square $P + \text{Be}$

учетом только этого канала реакции по формуле (6), то сечение будет приблизительно в 2,5 раза меньше экспериментально измеряемого. Однако если мы учтем вклад остальных трех возможных каналов Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , то получим хорошее согласие с опытом. На рис.5 представлены зависимости сечений рождения кумулятивных K^+ -мезонов от их импульса и расчет по формуле (6) с такими же константами C_1 и C_2 , как и в предыдущих примерах.

На основе формулы (6) можно сделать большое число количественных предсказаний результатов планируемых экспериментов (абсолютные величины сечений, угловые и энергетические зависимости), не используя ни одного подгоночного параметра. Ориентируясь на запуск нуклонона (Дубна), который позволит проводить эксперименты с тяжелыми ядрами с энергиями до 6 ГэВ/нуклон, вычислим сечение рождения J/ψ в реакциях с тяжелыми ионами.

На рис.6 показана зависимость инвариантного сечения рождения J/ψ -частицы под 0° от ее импульса для реакций: $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ и $^{181}\text{Ta} + ^{181}\text{Ta}$, рассчитанная в предлагаемой модели.

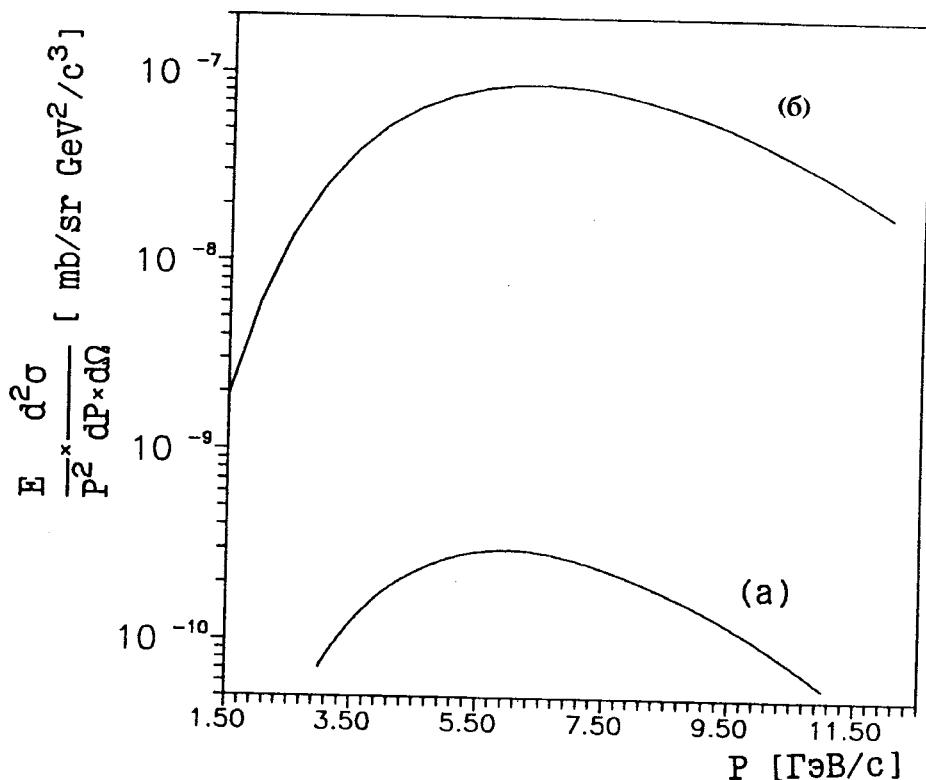


Рис.6. Зависимость инвариантного сечения рождения j/ψ под 0° от ее импульса для реакций: (а) $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ и (б) $^{181}\text{Ta} + ^{181}\text{Ta}$, рассчитанная в данной модели

Заключение

1. На вопрос, поставленный в заголовке статьи, можно ответить утвердительно.
2. Используя формулу (6) с учетом (3) и (4), можно вычислять инвариантные сечения разнообразных процессов и предсказывать зависимости от измеряемых параметров: от энергии налетающих, рождающихся частиц, а также угловые распределения.
3. Надо отметить, что зависимость сечений рождения частиц от параметра подобия Π в районе единицы может быть не экспоненциальной, а какой-нибудь другой, однако при этом автомодельность по параметру Π может сохраняться для всего многообразия реакций. То же самое может случиться с функциями α_1 и α_2 для очень легких и очень тяжелых ядер. Пока таких отклонений не обнаружено.

4. Требует дополнительного осмыслиения и уточнения универсальный, безразмерный коэффициент $C_2 = 0,127$, с использованием которого удается описать столь разнообразный экспериментальный материал без введения дополнительных коэффициентов, учитывающих тип рождающей частицы, а также без дополнительных зависимостей от перпендикулярного импульса (или перпендикулярной массы).

5. Следует добавить, что данная модель применима не только к подпороговым и кумулятивным процессам. В данной статье почти не использован обширный экспериментальный материал по рождению π -мезонов и резонансов. Для описания этих реакций необходимо учесть массы резонансов с учетом распределения Брейта-Вигнера с соответствующими табличными ширинами и положениями максимумов. Более того, данный метод может позволить выделять особенности, тип резонансов, в виде отклонения экспериментальных сечений от расчетной зависимости, но это уже тема для отдельного изложения.

Мне хочется поблагодарить А.М.Балдина за плодотворные обсуждения настоящей работы, А.Б.Курепина за поддержку в работе и С.В.Никитскую за помощь в проведении расчетов и оформлении статьи.

Литература

1. Балдин А.М. — В сб.: Краткие сообщения по физике ФИАН, 1971, М.: ФИАН, с.35—39.
2. Ставинский В.С. — Труды 9 Международного семинара по проблемам физики высоких энергий, т.1, ОИЯИ, Д1,2-88-652, Дубна, с.190.
3. Балдин А.М., Балдин А.А. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ 17-86, Дубна, 1986, с.19.
4. Baldin A.M., Didenko L.A. — Fortshr. Phys., 1990, 38, 4, p.261—332.
5. Баренблatt Г.И. — Подобие, размерность, промежуточная асимптотика. Изд.2, Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
6. Бояринов С.В. и др. — ЯФ, 1989, т.50, вып.6, с.1605.
7. Бояринов С.В. и др. — ЯФ, 1987, т.46, вып.5, с.1472.
8. Carroll J. — Nucl. Phys., 1988, A488, с.203.
9. Shor A. et al. — Phys. Rev. Lett., 1989, 62,, с.2192.
10. Лепихин Ю.Б., Смирнитский В.А., Шейнкман В.А. — Труды 3 Симпозиума по N - N -взаимодействиям. Л.: 1986, с.299.
11. Baldin A.A. et al. — Nucl. Phys., 1990, A519, с.407—411.
12. Baldin A.A. et al. — In: JINR Rapid Commun. No.3-92, Dubna, 1992.

Рукопись поступила 2 июня 1992 года.